Signifikanztests

Kompetenzen

- (Kumulierte) Binomialverteilungsfunktion berechnen
- Graph der kumulierten BVT-Funktion interpretieren
- Einfluss der Entscheidungsregel und Stichprobengröße
- Signifikanztest durchführen

Beispiel: Lady Lo – Milch im Tee

Lady Lo behauptet, sie könne am Geschmack erkennen, ob bei einer Tasse Tee mit Milch zuerst der Tee oder zuerst die Milch in die Tasse gegossen wurde. Wir glauben ihr nicht und vermuten, dass sie nur rät. Diese Hypothese soll getestet werden: Lady Lo werden 10 Tassen Tee mit Milch vorgesetzt. Erkennt sie mindestens 7 Tassen richtig, schreiben wir ihr den feinen Geschmack zu.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird Lady Lo α) als Feinschmeckerin eingeschätzt, obwohl sie nur rät bzw. β) normaler Geschmack zugeschrieben, obwohl sie die Tassen mit 70 %–iger Wahrscheinlichkeit richtig erkennt.

b) Wie wirkt sich die „Begabung“ der Lady Lo auf den Test aus? Untersuchen Sie hierzu den Einfluss der Trefferwahrscheinlichkeit p auf den Fehler 2. Art

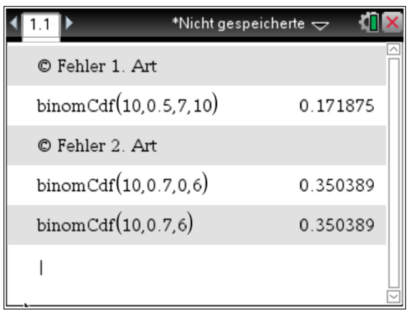
c) Untersuchen Sie, wie sich eine Veränderung der Entscheidungsregel, z. B. die schwächere Forderung, dass Lady Lo nur mindestens 6 Tassen richtig erkennen muss, auf die Fehler 1. und 2. Art auswirkt.

d) Nun werden Lady Lo 20 Tassen mit Milch vorgesetzt. Untersuchen Sie die Auswirkung der Veränderung der Stichprobenlänge bei entsprechender Änderung der Annahme- und Ablehnungsbereiche auf die Fehler 1. und 2. Art. Welchen Nachteil bringt eine solche Abänderung des Tests in der Praxis mit sich?

e) Wir wollen auf Nummer sich gehen und stellen an unseren Test folgende Anforderung: Die Wahrscheinlichkeit, dass wir Lady Lo als Feinschmeckerin einschätzen, obwohl sie diese Begabung nicht besitzt, soll höchstens 5 % betragen. Lady Lo bekommt wiederum 10 Tassen Tee mit Milch vorgesetzt. Wie muss ein entsprechender Annahme- bzw. Ablehnungsbereich gewählt werden, damit diese Forderung erfüllt ist?

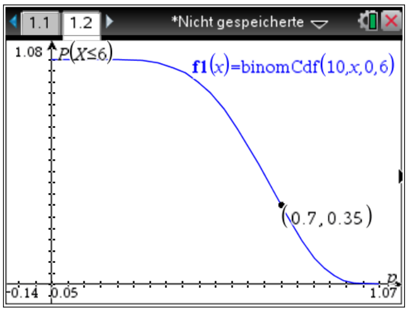
Fehler 1. Art und Fehler 2. Art berechnen (a):

- Die Berechnung der beiden Fehler erfolgt über Verwenden des Befehls $binomCdf$.
- Vgl. für Details zur Verwendung der Standardbefehle zur Binomialverteilung das AB „Aufgaben zur Binomialverteilung“

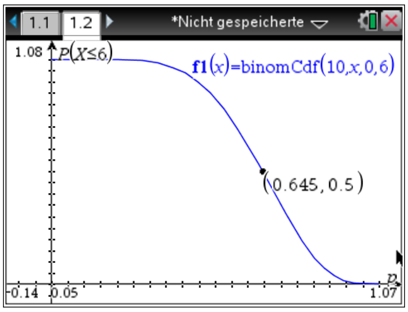


Fehler 2. Art graphisch darstellen (b):

- Plotten Sie in „Graph" die Funktion $binomCdf(10, x, 0{,}6)$ und ändern Sie den Fensterausschnitt sinnvoll.
- Platzieren Sie einen Punkt auf dem Graphen (menu→Geometry→Punkte & Geraden→Punkt auf) und überlegen Sie, was die Koordinaten des Punktes bedeuten.

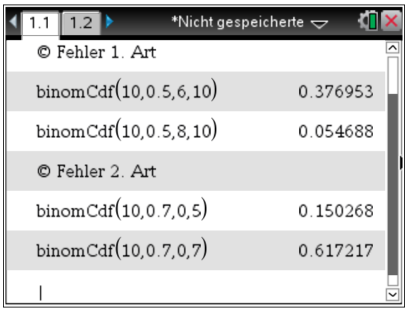


- Bestätigen Sie für $p = 0{,}7$ den zuvor berechneten Fehler 2. Art (y-Koordinate des Punkts ist Fehler 2. Art), indem Sie den Punkt solange verschieben, bis dessen x-Koordinate $0{,}7$ beträgt.
- Zeigen Sie, dass für einen Fehler 2. Art von höchstens 50 % Lady Lo die Tassen mit mindestens 64,5 %-iger Wahrscheinlichkeit erkennen muss, indem Sie den Punkt solange verschieben, bis dessen y-Koordinate $0{,}5$ beträgt.

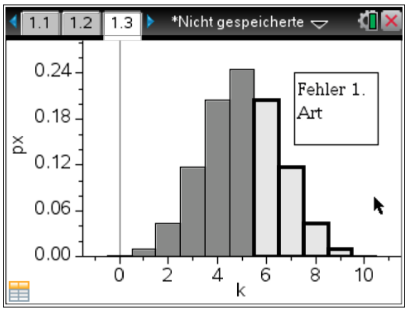


Variation der Entscheidungsregel (c):

- Relativ einfach lässt sich mit den oben angewendeten Befehlen zeigen, dass eine Vergrößerung des Ablehnungsbereichs zu einem größeren Fehler 1. Art führt, wobei der Fehler 2. Art gleichzeitig kleiner wird.

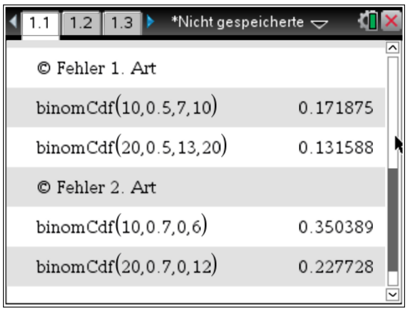


- Im Histogramm (vgl. AB Binomialverteilung graphisch darstellen) kann man den Schülern dies mithilfe der jeweils einbezogenen Balken klar machen.



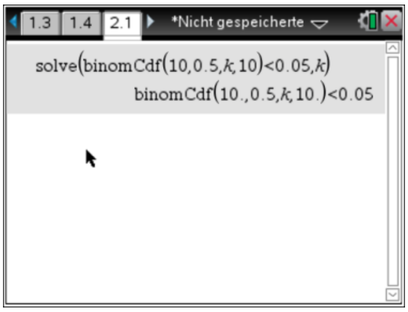
Variation der Stichprobengröße (d):

- Variiert man die Stichprobengröße, so erkennt man, dass bei größerer Stichprobe beide Fehlerarten kleiner werden.

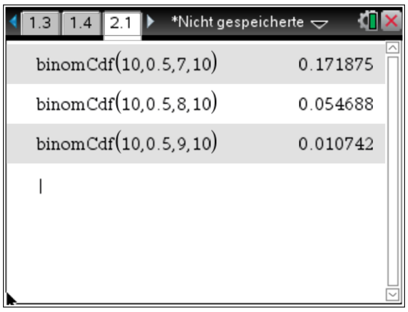


Test durchführen, kritischen Wert bestimmen (e):

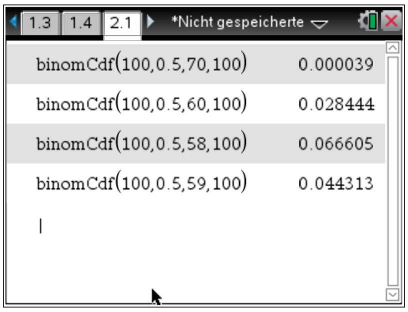
- Leider lässt sich der kritische Wert k nicht einfach über das Lösen einer Gleichung bestimmen, weil die Funktion $binomCdf$ nicht mit Parameter in einer Gleichung verwendet werden kann.
- Aus diesem Grund muss man…



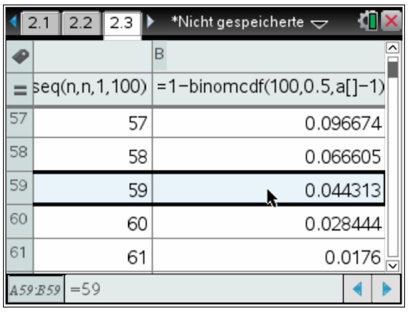
- …probieren, wenn man den kritischen Wert bestimmen will. Hier sieht man durch Probieren der Werte $k = 7$, $k = 8$ und $k = 9$, dass man bei einem Ablehnungsbereich $[9{,}10]$ einen Test auf dem gesuchten Signifikanzniveau erhält.



- Bei entsprechend großen Stichproben kann sich das Verfahren natürlich ein wenig in die Länge ziehen, je nachdem, wie gut man im Schätzen ist. Bei $n = 200$ und ansonsten gleichen Vorgaben muss schon etwas länger probieren, um zu $k = 59$ zu kommen.



- Alternativ kann man auch wie rechts abgebildet mit „Lists&Spreadsheet" arbeiten.



(Aufgaben in Anlehnung an Handreichung Mathematik mit CAS 11 & 12 Draft)