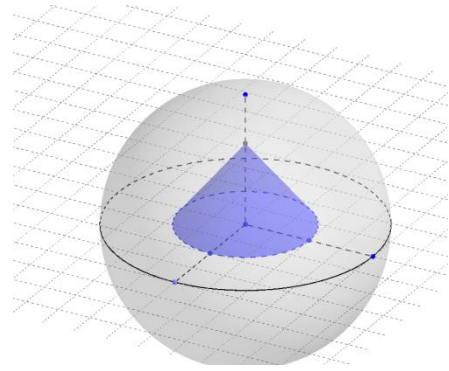
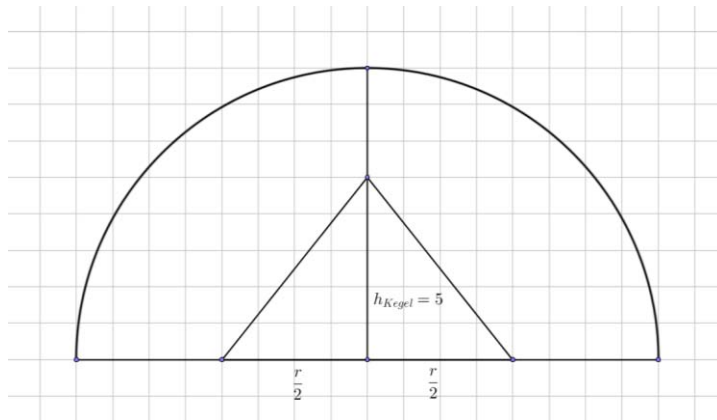


Halbkugel ohne Kegel



Aus der Halbkugel mit dem Radius r ist ein Kegel mit Radius $\frac{r}{2}$ und der Höhe $h = 5$ (cm) herausgeschnitten.

- Bestimme einen Term $V(r)$ für das Volumen des Körpers. Welche Werte sind für r sinnvoll?
- Bestimme mit dem CAS-Rechner sowohl algebraisch als auch graphisch einen Wert für r so, dass das Volumen des Körpers 1 Liter beträgt.
- Die Grundfläche des Körpers ist ein Kreisring. Berechne, welchen Wert r haben muss, damit dieser Kreisring und der Mantel des Kegels gleichen Flächeninhalt haben.

Lösung:

a)

$$V(r) = V_{\text{Halbkugel}} - V_{\text{Kegel}} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 5 =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{5}{12} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$(\text{cm}^3)$$

$r \geq 5$, da die Spitze des Kegels innerhalb der Halbkugel liegen muss.

halbkugel_kegel

Fertig

$$v(r) = \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 5$$

$$v(r) = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^3}{3} - \frac{5 \cdot \pi \cdot r^2}{12}$$

$$\text{factor}(v(r)) = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (8 \cdot r - 5)}{12}$$

b)

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$$

Ansatz:

$$V(r) = 1000$$

$$\text{CAS: } r \approx 8,0 \text{ cm}$$

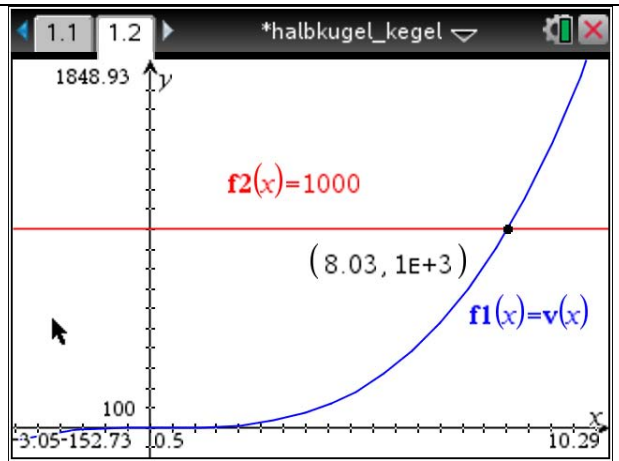
*halbkugel_kegel

$$v(r) = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^3}{3} - \frac{5 \cdot \pi \cdot r^2}{12}$$

$$\text{factor}(v(r)) = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (8 \cdot r - 5)}{12}$$

$$\text{solve}(v(r)=1000, r) = r = 8.02991$$

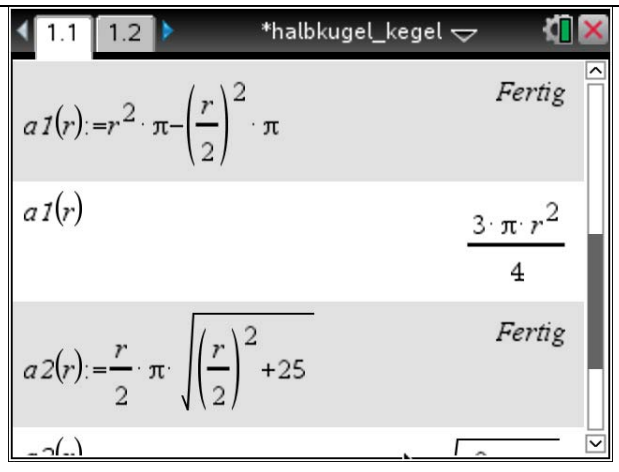
Zeichne eine Parallele zur x-Achse durch $(0|1000)$ und bestimme den Schnittpunkt mit dem Graphen von V .



c)

$$A_{\text{Ring}} = \frac{3}{4} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A_{\text{Mantel}} = \frac{r}{2} \cdot \pi \cdot m = \frac{r}{2} \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + 25}$$



Gleichsetzen:

$$A_{\text{Ring}} = A_{\text{Mantel}}$$

CAS:

$$r = 0 \text{ oder } r = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{2} \approx 3,5$$

Beide Werte sind für r nicht sinnvoll, da $r \geq 5$ gelten muss.

